**专题11 与等比数列相关的结论**

**一、结论**

**已知等比数列,公比为,前项和为.**

**(1)().**

**(2)若,则();反之,不一定成立.**

**(3),,,成等比数列().**

**(4)公比时,,,,成等比数列().**

**(5)若等比数列的项数为(),公比为,奇数项之和为,偶数项之和为,则.**

**(6),是等比数列,则,,,也是等比数列(,).**

**(7)通项公式.从函数的角度来看,它可以看作是一个常数与一个关于的指数函数的积,其图象是指数函数图象上一群孤立的点.**

**(8)只有同号的两个数才能有等比中项;两个同号的数的等比中项有两个,它们互为相反数.**

**(9)三个数成等比数列,通常设为,,;四个数成等比数列,通常设为,,,.**

**二、典型例题**

1．（2022·安徽·合肥市第十一中学高二期末）设等比数列的前项和为，若，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

解：因为数列为等比数列，则，，成等比数列，

设，则，则，

故，所以，得到，所以.

故选：C.

**【反思】公比时,,,,成等比数列()，此结论可快速解题，解题时注意等比数列的正负性问题.**

2．（2022·全国·高三专题练习）已知一个等比数列首项为，项数是偶数，其奇数项之和为，偶数项之和为，则这个数列的项数为（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】

设这个等比数列共有项，公比为，

则奇数项之和为，

偶数项之和为，

，

等比数列的所有项之和为，则，

解得，因此，这个等比数列的项数为.

故选：C.

**【反思】利用结论若等比数列的项数为(),公比为,奇数项之和为,偶数项之和为,则，可直接根据结论求出，进而求出其它量.**

**三、针对训练 举一反三**

**一、单选题**

1．（2022·广东潮阳·高二期末）等比数列的各项均为正数，且，则（ ）

A．5 B．10 C．4 D．

【答案】A

【解析】

【详解】

由题有，则

=5.

故选：A

2．（2021·江苏·高二专题练习）在等差数列中，若，则有等式(且)成立，类比上述性质，在等比数列中，若，则有（ ）

A． (且)

B． (且)

C． (且)

D． (且)

【答案】B

【详解】

在等差数列中，若则，

若，则，

所以成立，

当时，(且)成立，

在等比数列中，若则，

若，则，

所以成立，

当时，＝(且)成立，

故选：B.

3．（2022·全国·高三专题练习）已知等比数列的前项和为，若，，则的值为（ ）

A．12 B．30

C．45 D．81

【答案】C

【详解】

显然公比不为-1，是等比数列，则也成等比数列，

，，

，则，

，则.

故选：C.

4．（2020·四川·双流中学高二期中（理））设是等比数列的前项和，若，则（ ）

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】

设，由数列为等比数列(易知数列的公比)，得

为等比数列

又







故选：．

5．（2021·全国·高二课时练习）已知等比数列中，，，，则（ ）

A．2 B．3 C．4 D．5

【答案】B

【详解】

设等比数列的公比为，

则，

即，

因为，所以，

则，

即，解得，

故选：B.

6．（2021·江西·奉新县第一中学高一阶段练习）等比数列的首项为1，项数是偶数，所有得奇数项之和为85，所有的偶数项之和为170，则这个等比数列的项数为（ ）

A．4 B．6 C．8 D．10

【答案】C

设等比数列项数为2*n*项,所有奇数项之和为 ,所有偶数项之和为，

则,所以，

结合等比数列求和公式有：，解得*n*=4，

即这个等比数列的项数为8.

本题选择*C*选项.

7．（2022·上海·高考真题）已知为等比数列，的前*n*项和为，前*n*项积为，则下列选项中正确的是（ ）

A．若，则数列单调递增

B．若，则数列单调递增

C．若数列单调递增，则

D．若数列单调递增，则

【答案】D

【详解】

A：由，得，即，则、取值同号，

若，则不是递增数列，故A错误；

B：由，得，即，则、取值同号，

若，则数列不是递增数列，故B错误；

C：若等比数列，公比，则，

所以数列为递增数列，但，故C错误；

D：由数列为递增数列，得，所以，

即，所以，故D正确.

故选：D

8．（2021·全国·高二课时练习）已知是等比数列的前项和，若存在，满足，则数列的公比为（ ）

A． B．2 C． D．3

【答案】B

【详解】

设数列的公比为，

若，则，与题中条件矛盾，

故

 .

故选：B

**二、填空题**

9．（2021·全国·高三专题练习）设正项等比数列的前*n*项和为，，若，则数列中最大的项为\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

根据题意，设正项等比数列的公比为，其中，

因为，可得，解得或，

因为，所以，所以，

则，故，

当时，则由，

则有，

所以数列中最大的项为.

故答案为：.

10．（2020·江西省都昌县第二中学高二阶段练习）已知等比数列的首项为，公比为，其前项和为，下列命题中正确的是\_\_\_\_\_\_．（写出全部正确命题的序号）

（1）若等比数列单调递增，则，且；

（2）数列：，……，也是等比数列；

（3）；

【答案】（3）

【详解】

解：对于（1），若等比数列单调递增，

则，

所以或，故（1）错误；

对于（2），若，*n*为偶数，则，

即，

因为等比数列中的项不可能为0，故此时，……，不是等比数列，故（2）错误；

对于（3），当时，





，

故（3）正确.

故答案为：（3）.

**三、解答题**

11．（2020·上海·高三专题练习）解答下列各题：（奇表示奇数项和，偶表示偶数项和）

（1）是等比数列，，项数为偶数．奇＝85，偶＝170，求；

（2）是等差数列，共项，为奇数，，偶，，求通项公式．

【答案】（1）8；（2）.

【详解】

（1），所以，解得；

（2）奇＝偶＝44，＝奇－偶＝44－33＝11，即，由，可得，∴．

所以通项公式为．.